

Landau days 2013

О создании и детектировании запутанных состояний в системах из мезоскопических интерферометров с кулоновским взаимодействием между ними.

Вышневым А.А. , Лебедев А.В., Лесовик Г.Б., G. Blatter, T. Martin, T. Jonckheere.

МФТИ, ИТФ им. Ландау, ETH Zurich, Aix Marseille Université

Phys. Rev. B 87, 165302 (2013, editor's suggestion)

Phys. Rev. B 87, 165417 (2013)

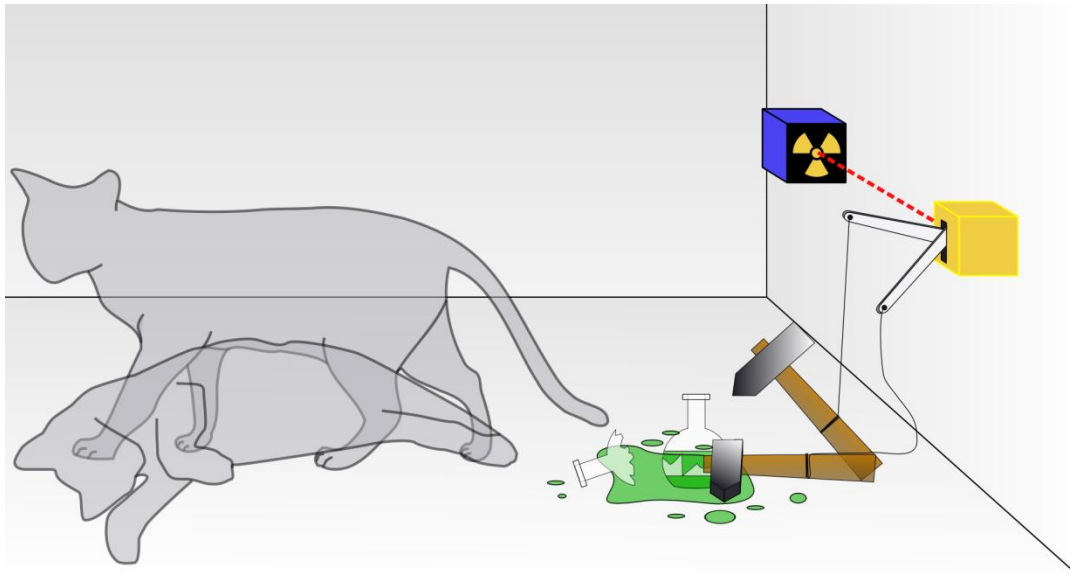
+ готовится публикация в «Письма в ЖЭТФ»

Черноголовка, 25 июня 2013 г.

Запутанность.

История и применение

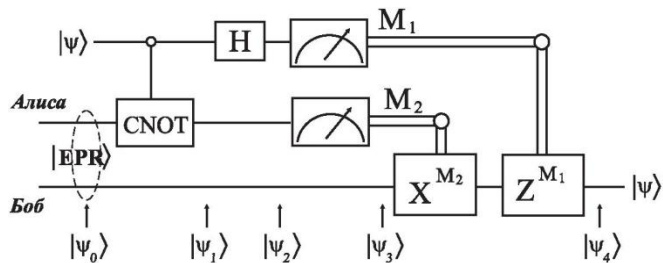
- Парадокс ЭПР (1935), Кот Шредингера (1935) – первые примеры запутанных состояний



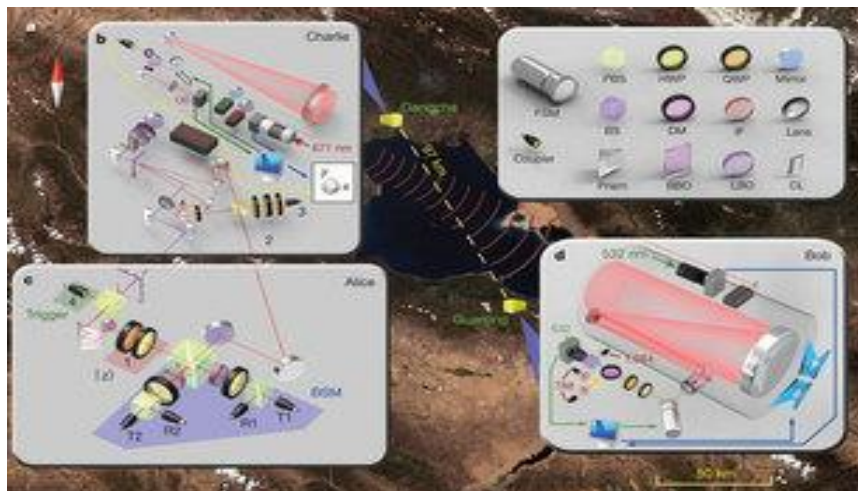
Запутанность.

История и применение

- Квантовая телепортация



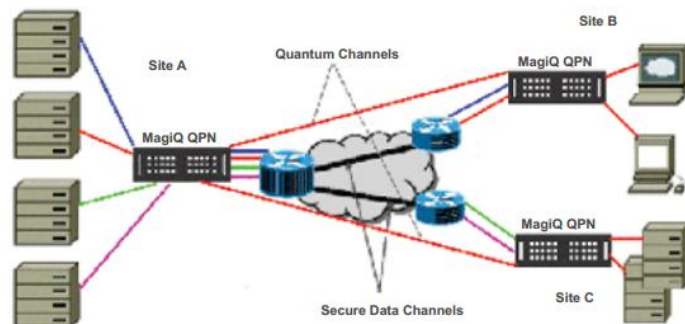
В 2012 году осуществлена телепортация состояния фотона на 97км (Nature 488, 185–188)



Запутанность.

История и применение

- Квантовая криптография



распространяется по оптоволокну)

Есть коммерческие решения.

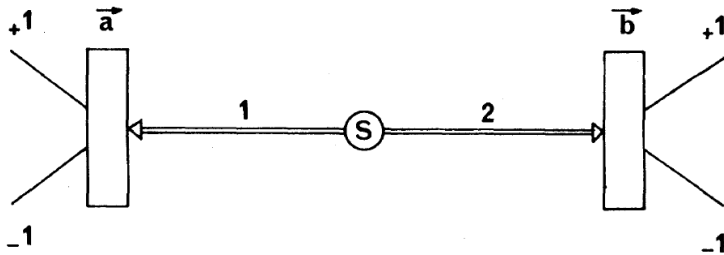
На рис. представлена система квантового распространения ключей (QKD) для шифрования трафика между удаленными рабочими местами (расстояние до 140 км, квантовый сигнал

В октябре 2007 года на выборах в Швейцарии были повсеместно использованы квантовые сети, начиная избирательными участками и заканчивая датацентром ЦИК. Была использована техника, которую ещё в середине 90-х в Университете Женевы разработал профессор Николас Гисин. Также одним из участников создания такой системы была компания Id Quantique.

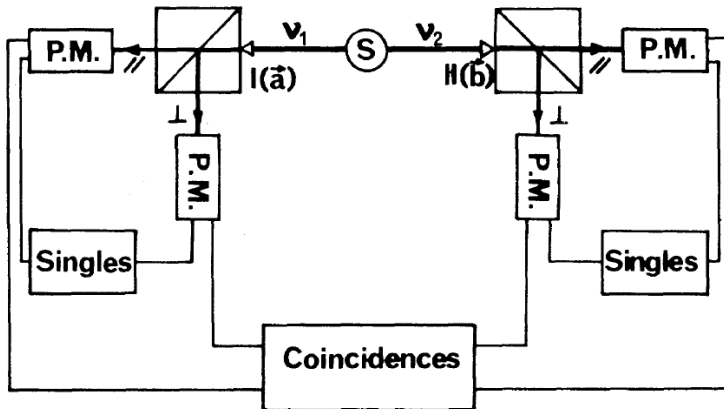
Запутанность и неравенства Белла.

Эксперименты

- 1-ое наблюдение запутанных состояний на фотонах (с нарушением нер-в Белла) **A. Aspect, P. Grangier and G. Roger (1981)**



Неравенство Белла в форме Клаузера-Хорна основано на классическом неравенстве $B = |xy + x'y + xy' - x'y'| \leq 2$



$$B = E(a, b) + E(a', b) + E(a, b') - E(a', b')$$

Запутанность и неравенства Белла.

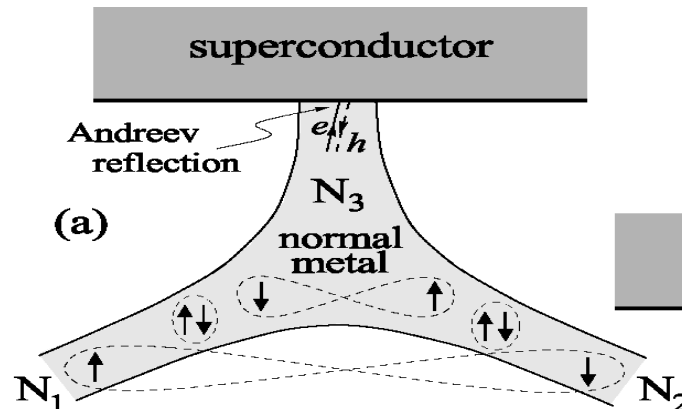
Эксперименты

- Создание и наблюдение GHZ-состояния фотонов (2 запутанные пары + постселекция по состоянию четвертого фотона). Состояние GHZ

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\downarrow\downarrow\downarrow\rangle$$

Dik Bouwmeester, ...(1999)

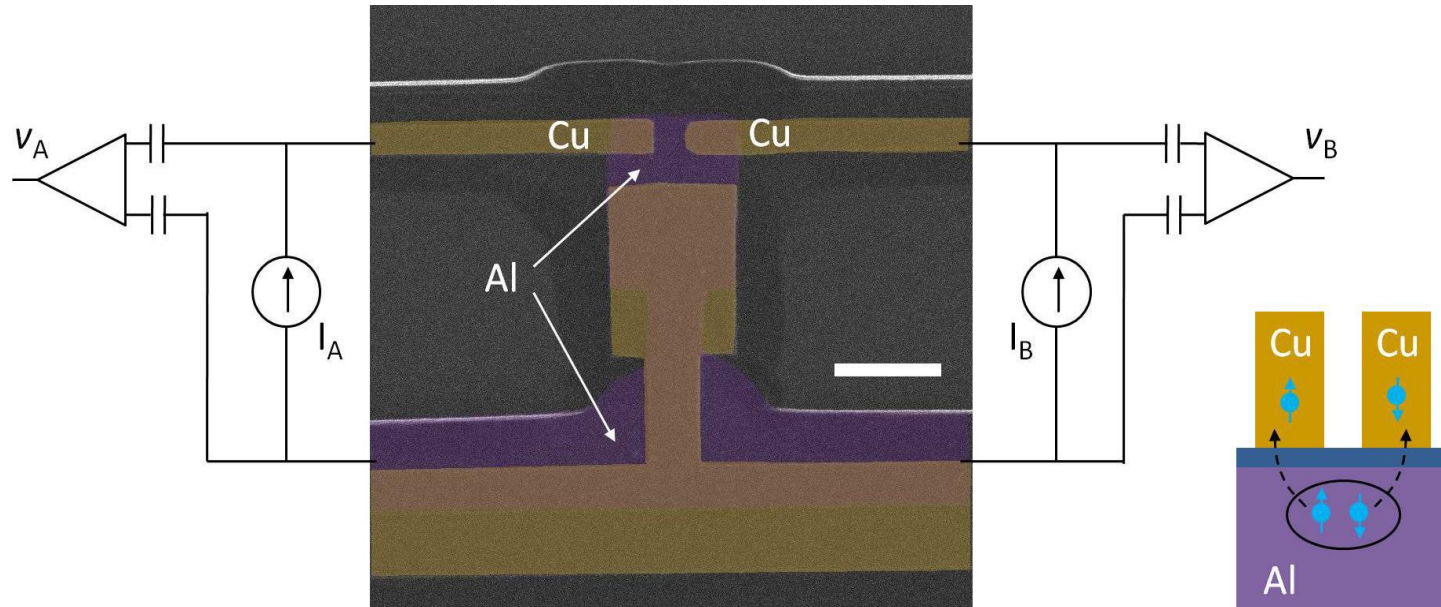
- В качестве источника запутанных пар электронов предлагалось использовать сверхпроводник. Lesovik et. al, 2001



Запутанность и неравенства Белла.

Эксперименты

- Наблюдение коррелированных пар электронов **Wei Chandrasekhar (2009)**



Запутанность и неравенства Белла.

Предложения

«Электронная оптика»

1. Мезоскопический интерферометр + постселекция (без взаимодействия):

- C. Beenakker et al., (2003);
- P. Samuelson et al.,(2003);
- Наблюдение кросскорреляций в интерферометре Ханбери Брауна-Твисса (эксперимент). I. Neder et.al (Nature, 2007);

2. Мезоскопические интерферометры + взаимодействие:

- Два интерферометра МЦ + Кулон K. Kang and K. H. Lee, (2008);
- Два интерферометра МЦ + Кулон J. Dressel, Y. Choi, and A. N. Jordan (2012);
- Два или три интерферометра МЦ + Кулон (Мы, 2013);
- Электронный интерферометр МЦ + детектирующее краевое состояние (эксперимент) I. Neder, M. Heiblum, ... (2007).

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

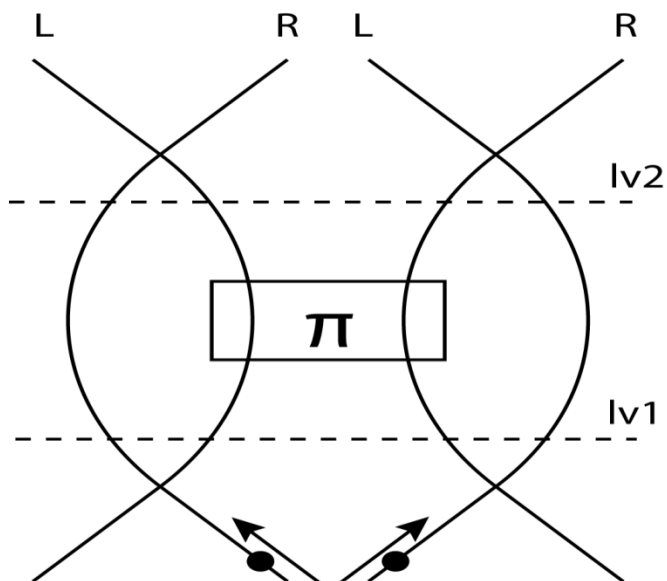


Схема предлагаемой установки.

В простейшей модели интерферометра в результате кулоновского взаимодействия в области прямоугольника электроны в краевых состояниях набирают дополнительную фазу $-\pi$. В результате из незапутанного состояния на уровне $lv1$ получается запутанное, локально эквивалентное спиновому синглету на уровне $lv2$, если нижние делители являются полупрозрачными. Электроны посылаются по одному (экспериментально осуществлено Fève *et al.*, *Science*, **316** (5828): 1169-1172)

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Результаты

Для наивной модели (набор постоянной фазы при взаимодействии) существует набор измерительных параметров, при котором максимальное нарушение неравенства Белла (параметр Белла при этом равен $2\sqrt{2}$) достигается только изменением АБ-фаз.

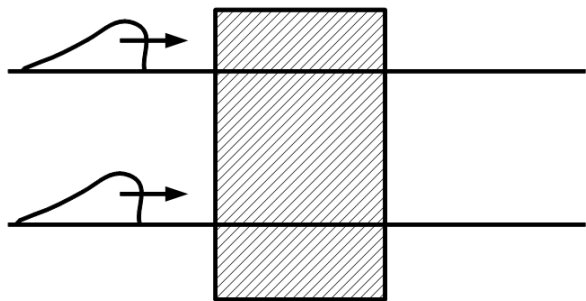
$$\beta = \pi/4, \quad \beta' = \text{arcctg}[\sin(\phi_c/2)]/2 = \pi/8$$

$$(\Phi, \bar{\Phi}) = (\pi/2, 0), \quad (\Phi', \bar{\Phi}') = (0, \pi)$$

В аналогичных оптических экспериментах меняется направление поляризации делителя, что в нашем случае аналогично изменению проницаемости делителя и АБ-фазы.

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Кулоновское взаимодействие



Гамильтониан взаимодействия

$$\hat{H}_{int} = \frac{1}{2} \sum_{i,j \in \{1,2\}} E_{ij} \hat{\mathcal{N}}_i \hat{\mathcal{N}}_j$$

где E_{ii} собственная емкость, а E_{ij} - взаимная.

$$\hat{\mathcal{N}}_i = \int dx \kappa_i(x) : \hat{\Psi}_i^+(x) \hat{\Psi}_i(x) :$$

Приведенный оператор

$$: \hat{f} := \hat{f} - \langle vac | \hat{f} | vac \rangle$$

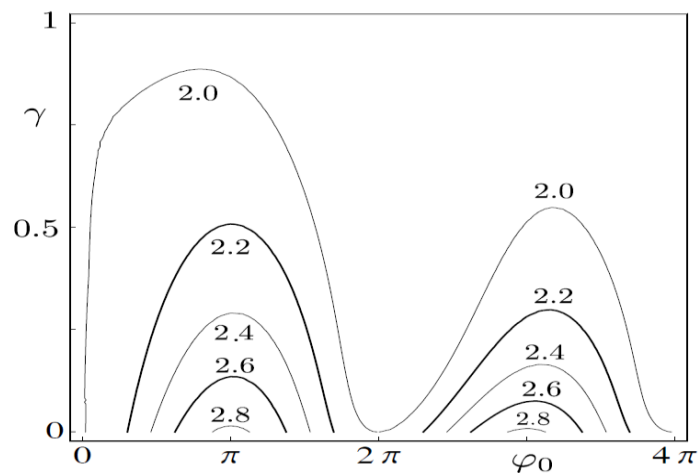
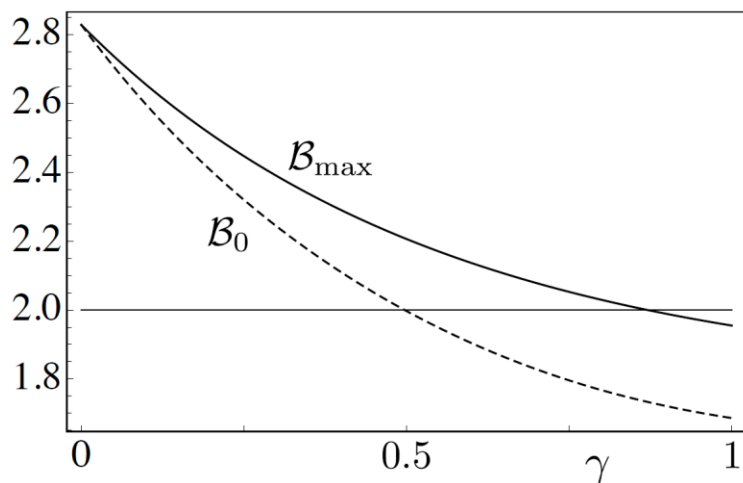
Весовой коэффициент

$$\kappa(x) = \exp(-|x|/a)$$

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

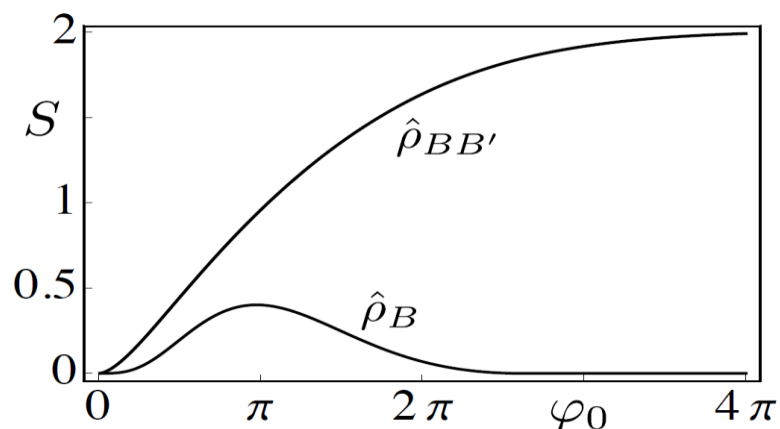
Результаты (без Ферми-моря)

Зависимость параметра Белла от ширины пакета и базовой фазы, набранной на кулоне:



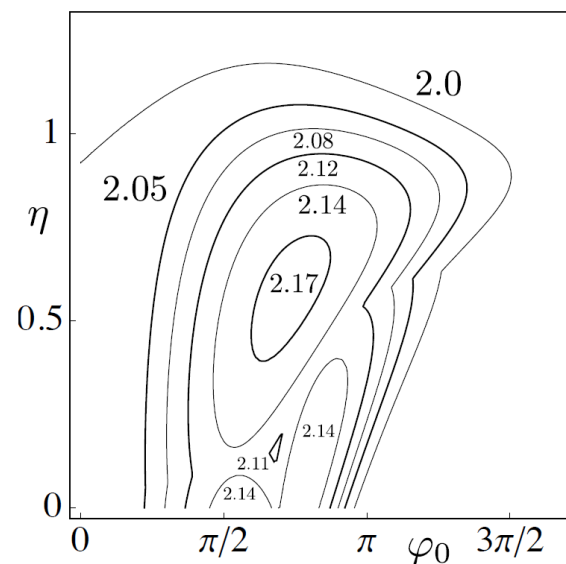
2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Результаты (Ферми-море)



Энтропия фон Неймана для системы из 2 интерферометров $\hat{\rho}_{BB'}$ и одного из них $\hat{\rho}_B$ + картинка

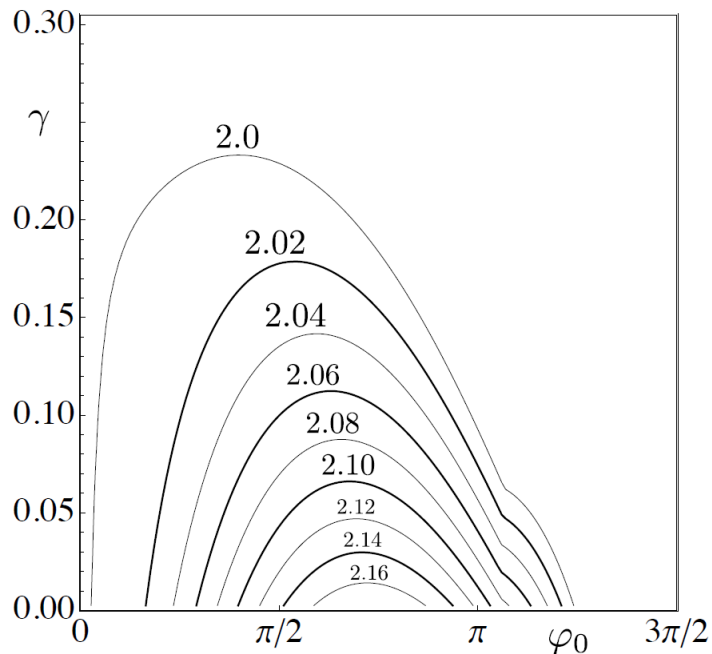
С моделью + гамильтониан взаимодействия.



Для коротких пакетов B_{max} зависит не только от фазы, но и от соотношения между собственной и взаимной емкостью $\eta = \frac{E_{11}}{E_{12}}$

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

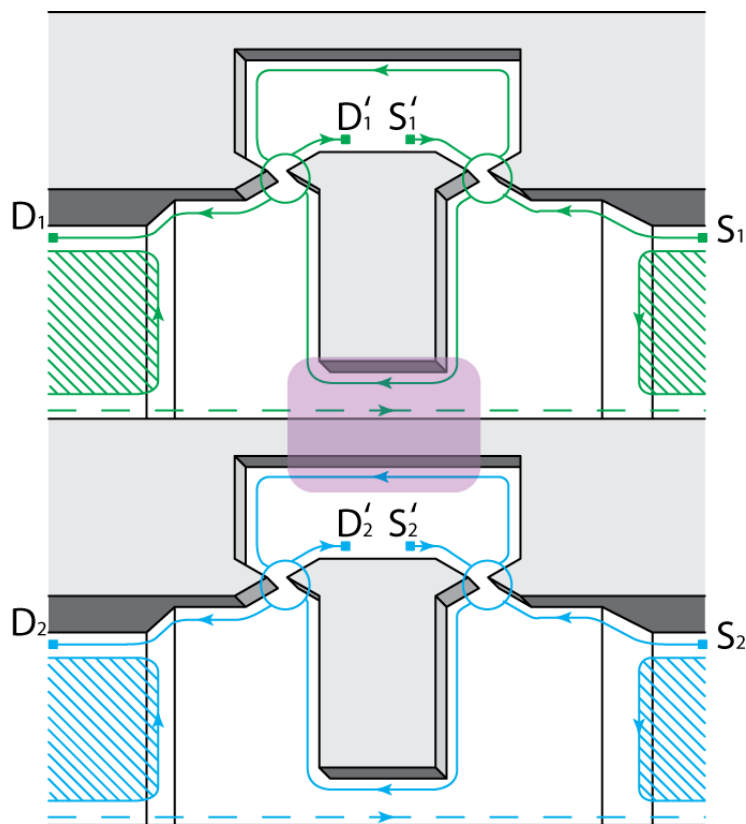
Результаты (Ферми-море)



Зависимость B_{max} от ширины пакета при оптимальном значении $\eta = \frac{E_{11}}{E_{12}}$. Кулоновское вз-вие существенно ослабило нарушение, однако его все еще есть надежда его наблюдать.

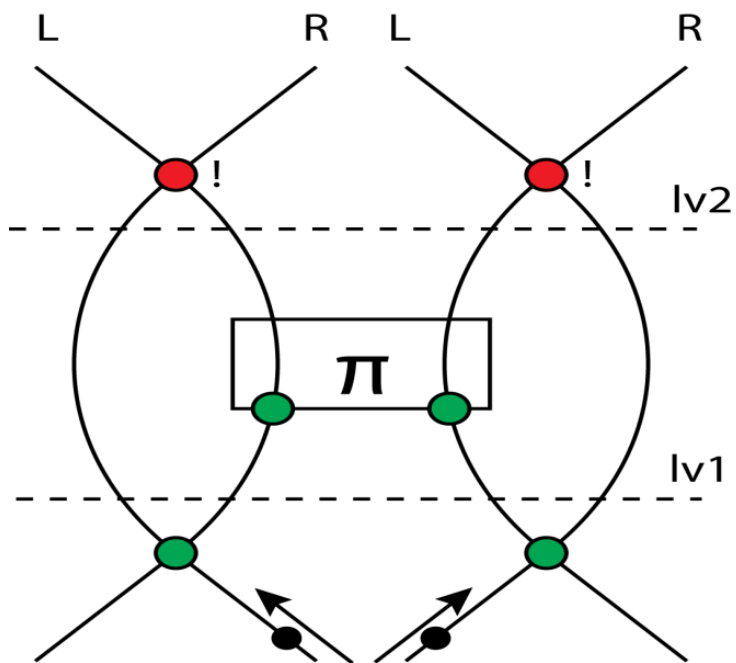
2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Геометрия



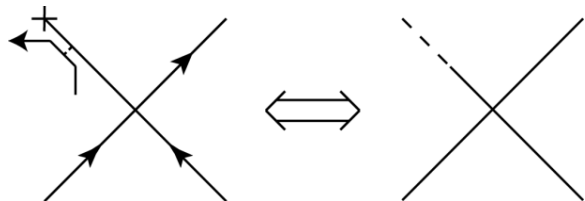
2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Неравенство Белла с постселекцией



Предположим, что имеется отражение в делителях и на области взаимодействия. При этом с наблюдаемыми производится постселекция.

Оказывается, что предположение о «чистоте выборки» выполняется, если отражение происходит на этапе приготовления состояния (зеленые кружки) и нарушается, если отражение происходит при измерении (красные кружки)

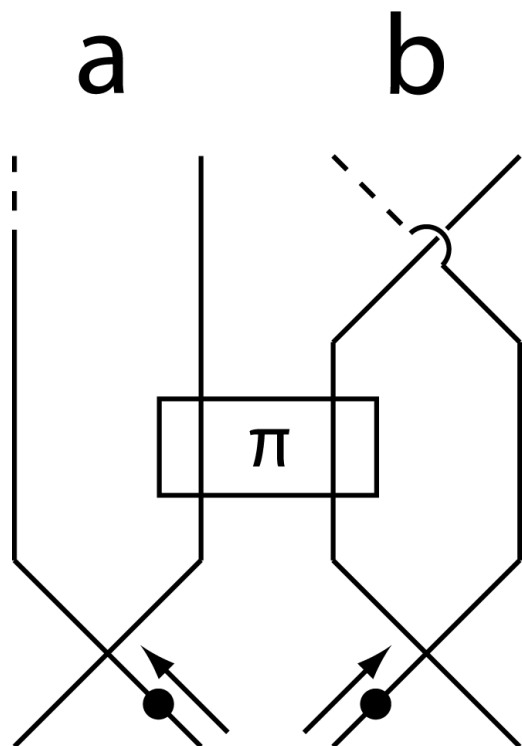


Смоделировать отражение в ЦКЭХ можно при помощи отводящего краевого состояния

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Неравенство Белла с постселекцией

В таком случае можно придумать схему измерений, дающую $B=4$, что превышает границу Цирельсона $2\sqrt{2}$ и является максимальным алгебраически возможным значением параметра Белла(!)

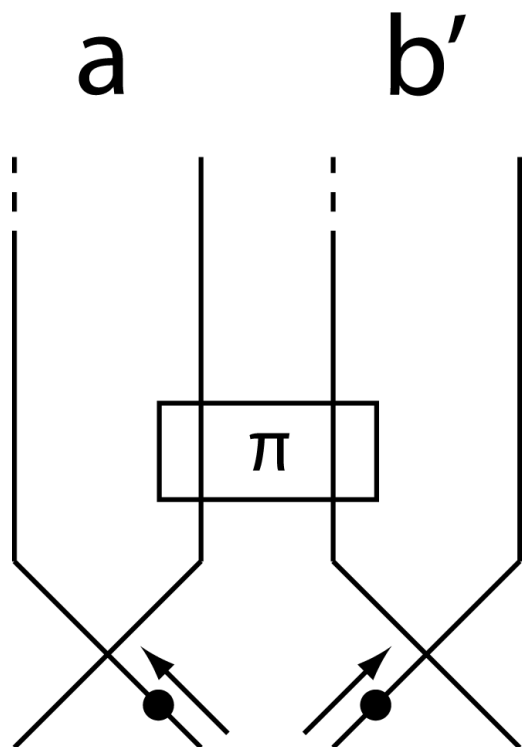


$$E(a, b) = 1$$

Эффективность детектирования в штрихованных рукавах нулевая

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Неравенство Белла с постселекцией

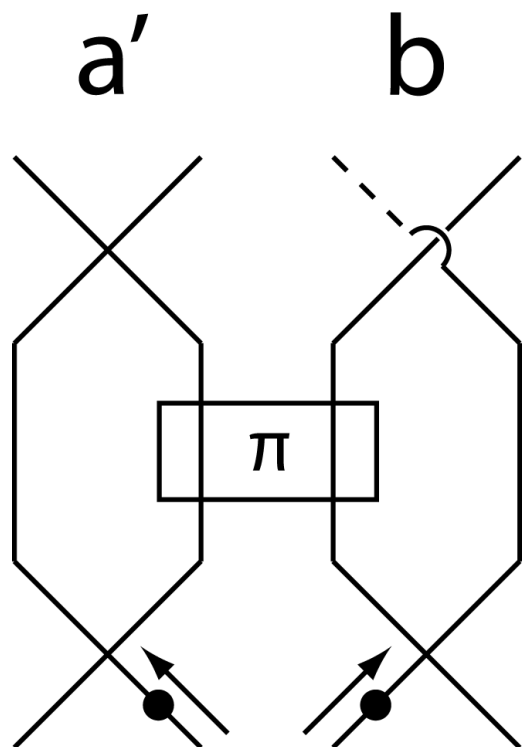


$$E(a, b') = 1$$

Эффективность детектирования в штрихованных рукавах нулевая

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Неравенство Белла с постселекцией

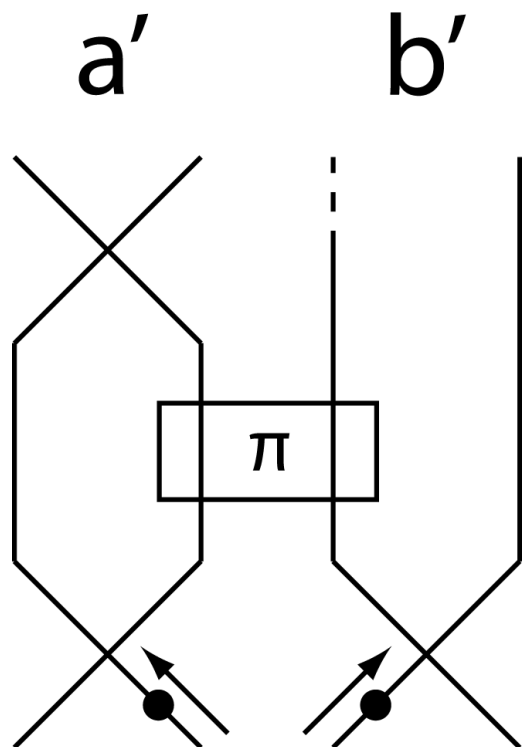


$$E(a', b) = 1$$

Эффективность детектирования в
штрихованных рукавах нулевая

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Неравенство Белла с постселекцией

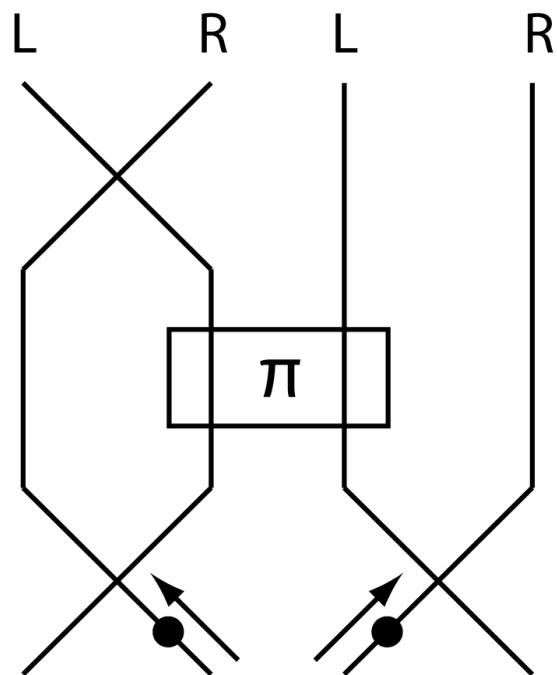


$$E(a', b') = -1$$

Эффективность детектирования в штрихованных рукавах нулевая

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Неравенство Белла с постселекцией



Все описанные измерения можно провести в одной установке.

$$B = 2 + \frac{P_{RL} - P_{LL}}{P_{RL} + P_{LL}} - \frac{P_{RR} - P_{LR}}{P_{RR} + P_{LR}}$$

Также можно показать, что чистые незапутанные состояния не нарушают постселективное неравенство Белла.

Где подвох?

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Неравенство Белла с постселекцией

- Локальные теории скрытых переменных нарушают постселективное неравенство Белла;

λ	1	0
a	1	0
a'	0	1
b	1	1
b'	1	-1

$$\langle ab \rangle = 1$$

$$\langle a'b \rangle = 1$$

$$\langle ab' \rangle = 1$$

$$\langle a'b' \rangle = -1$$

$$B = 4$$

- Незапутанные смешанные состояния также нарушают постселективное неравенство Белла;

$$B = 2 + 2\eta \quad \text{для состояния Вернера} \quad \rho = \frac{1-\eta}{4}|I\rangle\langle I| + \eta|\psi\rangle\langle\psi|$$

которое не запутано при $\eta < \frac{1}{3}$

Т. е. неравенство Белла имеет смысл только если исключительные состояния не могут быть образованы в установке;

2 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Неравенство Белла с постселекцией

- В нашем случае возможны согласованные флуктуации магнитного потока. Такие флуктуации при отсутствии взаимодействия могут привести к созданию смешанного состояния, которое не нарушит неравенство Белла.

Т е постселективное неравенство Белла здесь все-таки выполняет роль детектора запутанности.

Также роль детектора запутанности может выполнить токовый кросс-коррелятор. При отсутствии взаимодействия он равен 0 и при наличии флуктуаций АБ-фаз.

3 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Схема установки

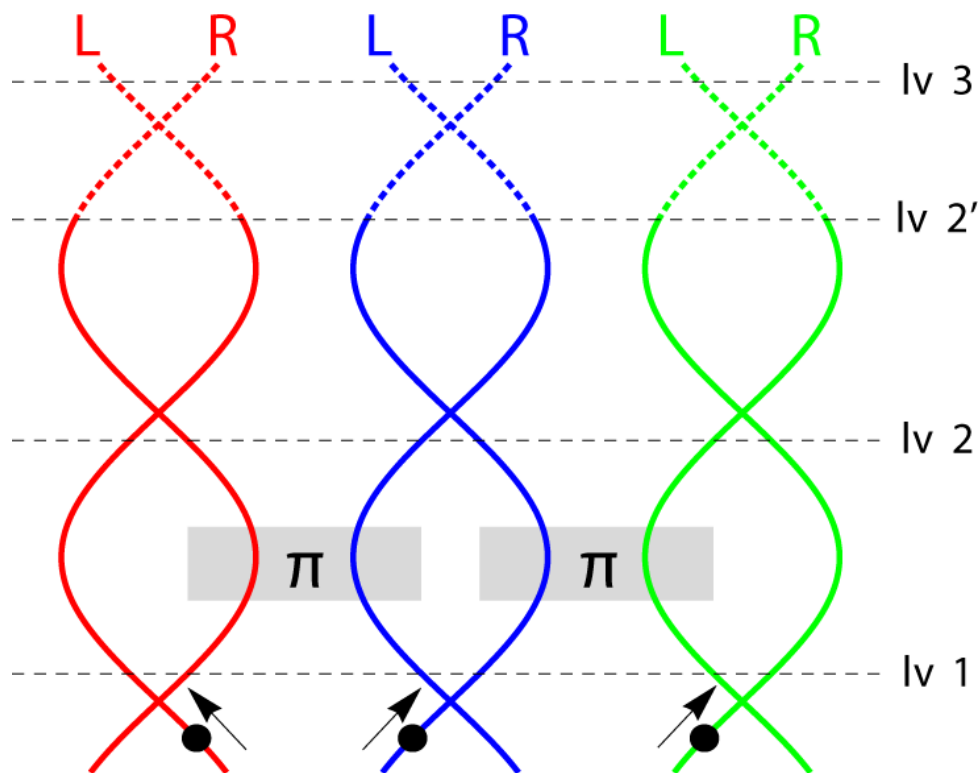


Схема аналогична рассмотренной ранее с двумя интерферометрами.

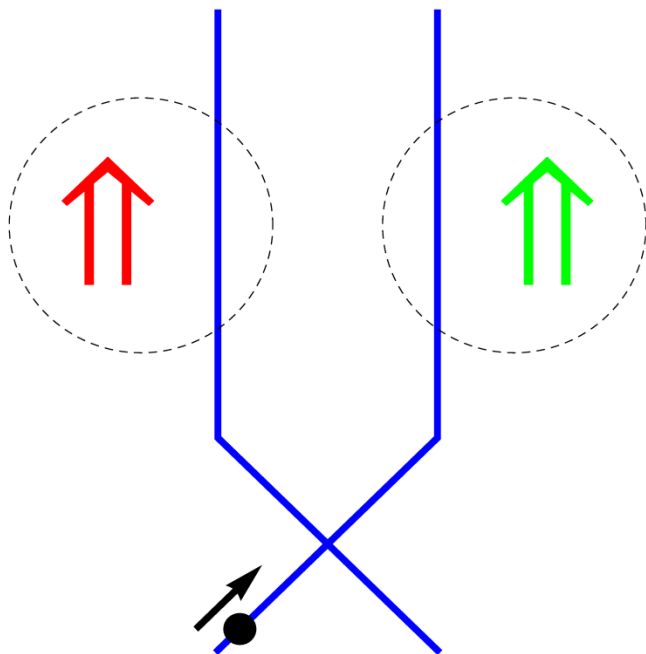
Нижние делители полупрозрачны, считаем, что при взаимодействии набирается фаза π .

В ней производится GHZ-состояние

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle$$

3 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

GHZ состояние



Левый и правый интерферометры служат «детекторами» электронов в среднем интерферометре. После прохождения нижнего делителя

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}|L\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|R\rangle$$

После взаимодействия с детекторами состояние всей системы

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}|\downarrow\rangle|L\rangle|\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow\rangle|R\rangle|\downarrow\rangle$$

3 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Неравенство Белла для трех частиц

- Неравенство $B = |x'yz + xy'z + xyz' - x'y'z'| \leq 2$, где $|x|, |y|, |z| \leq 1$;
 $B = E(a', b, c) + E(a, b', c) + E(a, b, c') - E(a', b', c')$
- Для локальных теорий скрытых переменных и незапутанных состояний (в том числе смешанных) $\langle \hat{B} \rangle \leq 2$;
- Квантовомеханический предел $B=4$ совпадает с алгебраическим и достигается для GHZ-состояния $\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\downarrow\downarrow\downarrow\rangle$;

3 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Нарушение неравенства Белла

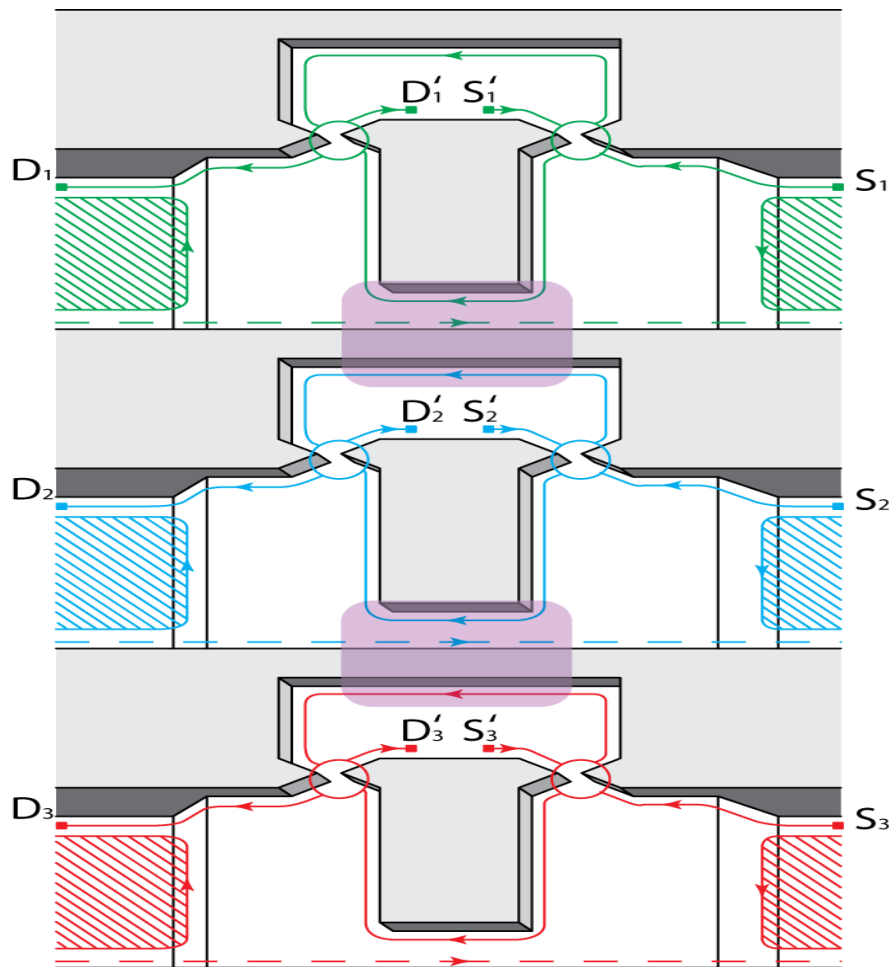
$$\begin{array}{ll} \theta_1 = \pi/8, & \theta'_1 = \pi/8, \\ \Phi_1 = -\pi/2, & \Phi'_1 = \pi/2, \\ \theta_2 = \pi/4, & \theta'_2 = \pi/4, \\ \Phi_2 = \pi, & \Phi'_2 = \pi/2, \\ \theta_3 = \pi/8, & \theta'_3 = \pi/8, \\ \Phi_3 = -\pi/2, & \Phi'_3 = \pi/2, \end{array}$$

Были найдены общие параметры измерения нарушения неравенства Белла и доказано отсутствие других решений.

При указанных параметрах во время измерений не потребуется изменять пропускную способность делителей, а только менять АБ-фазу.

3 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Геометрия предлагаемой установки



3 интерферометра МЦ с кулоновским вз-вием.

Спасибо за внимание!