

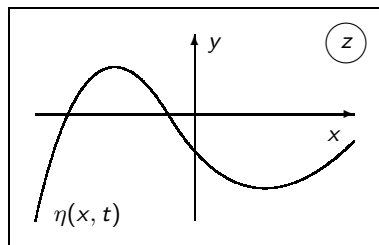
Compact equation for 2D surface waves

А.И. Дьяченко, Д.И. Качулин, В.Е. Захаров

Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау
Новосибирский Государственный Университет
Физический институт им. П.Н.Лебедева
Университет штата Аризона

26 июня 2013

Гравитационные волны на глубокой воде



Потенциальное безвихревое течение

$$\Delta\phi(x, y, t) = 0$$

Граничные условия: $\left[\begin{array}{l} \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2}|\nabla\phi|^2 + g\eta = \frac{P}{\rho}, \\ \frac{\partial\eta}{\partial t} + \eta_x\phi_x = \phi_y \end{array} \right| \text{ при } y = \eta(x, t).$

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} = 0, y \rightarrow -\infty$$

Гамильтониан

Гамильтониан H полная энергия жидкости $H = T + U$

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\eta} (\nabla\Phi)^2 dy, & \frac{\partial\eta}{\partial t} &= \frac{\delta H}{\delta\Psi}, \\ U &= \frac{g}{2} \int \eta^2 dx. & \frac{\partial\Psi}{\partial t} &= -\frac{\delta H}{\delta\eta}, \\ & & \Psi(x, t) &= \Phi(x, y, t)|_{y=\eta} \end{aligned}$$

$$H = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi \hat{G}(\eta) \Psi dx + \frac{g}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \eta^2 dx$$

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2} \int g\eta^2 + \psi \hat{k} \psi dx - \frac{1}{2} \int \{(\hat{k}\psi)^2 - (\psi_x)^2\} \eta dx + \\ &+ \frac{1}{2} \int \{\psi_{xx} \eta^2 \hat{k} \psi + \psi \hat{k} (\eta \hat{k} (\eta \hat{k} \psi))\} dx + \dots \end{aligned}$$

Преобразование $\eta(x, t), \psi(x, t) \rightarrow b(x, t)$

$$H = \frac{1}{2} \int g \eta^2 + \psi \hat{k} \psi dx - \frac{1}{2} \int \{(\hat{k} \psi)^2 - (\psi_x)^2\} \eta dx + \\ + \frac{1}{2} \int \{\psi_{xx} \eta^2 \hat{k} \psi + \psi \hat{k} (\eta \hat{k} (\eta \hat{k} \psi))\} dx$$

$$\eta(x, t), \psi(x, t) \rightarrow b(x, t)$$

$$H = \int \omega_k b_k b_k^* dk + \frac{1}{2} \int (\tilde{T}_{kk_1, k_2 k_3} - (\omega_k + \omega_{k_1} - \omega_{k_2} - \omega_{k_3}) \tilde{B}_{kk_1}^{k_2 k_3}) \times \\ \times b_k^* b_{k_1}^* b_{k_2} b_{k_3} \delta_{k+k_1-k_2-k_3} dk dk_1 dk_2 dk_3$$

условия симметрии $\tilde{B}_{k_2 k_3}^{k k_1}$

$$\tilde{B}_{k_2 k_3}^{k k_1} = \tilde{B}_{k_2 k_3}^{k_1 k} = \tilde{B}_{k_3 k_2}^{k k_1} = -(\tilde{B}_{k k_1}^{k_2 k_3})^*.$$

При $\tilde{B}_{k_2 k_3}^{k k_1} = 0$ - уравнение Захарова.

4-волновой резонанс

Коэффициент $\tilde{T}_{kk_1, k_2 k_3} = 0$ на резонансной поверхности:

$$\begin{aligned}k + k_1 &= k_2 + k_3, \\ \omega_k + \omega_{k_1} &= \omega_{k_2} + \omega_{k_3},\end{aligned}$$

с единственным нетривиальным решением:

$$\begin{aligned}k &= a(1 + \zeta)^2, \\ k_1 &= a(1 + \zeta)^2 \zeta^2, \\ k_2 &= -a\zeta^2, \\ k_3 &= a(1 + \zeta + \zeta^2)^2;\end{aligned}$$

$0 < \zeta < 1$ и $a > 0$. Тривиальное решение:

$$k_2 = k_1, \quad k_3 = k, \quad k_2 = k, \quad k_3 = k_1,$$

$$\tilde{T}_{kk_1} = \tilde{T}_{kk_1}^{kk_1} = \frac{1}{4\pi} |k| |k_1| (|k + k_1| - |k - k_1|).$$

$$\begin{aligned}T_{k_2 k_3}^{kk_1} &= \left[\frac{1}{2} (\tilde{T}_{kk_2} + \tilde{T}_{kk_3} + \tilde{T}_{k_1 k_2} + \tilde{T}_{k_1 k_3}) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} (\tilde{T}_{kk} + \tilde{T}_{k_1 k_1} + \tilde{T}_{k_2 k_2} + \tilde{T}_{k_3 k_3}) \right] \theta(kk_1 k_2 k_3),\end{aligned}$$

4-волновой резонанс

Рассматриваются волны, распространяющиеся в одном направлении $k > 0$.

$$T_{k_2 k_3}^{kk_1} = \left[-\frac{1}{8\pi} (kk_2|k - k_2| + kk_3|k - k_3| + k_1k_2|k_1 - k_2| + k_1k_3|k_1 - k_3|) + \frac{1}{8\pi} (kk_1(k + k_1) + k_2k_3(k_2 + k_3)) \right] \theta(k)\theta(k_1)\theta(k_2)\theta(k_3)$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x \leq 0; \\ 1, & \text{if } x > 0. \end{cases}$$

Выбирая $\tilde{B}_{k_2 k_3}^{kk_1}$

$$\tilde{B}_{k_2 k_3}^{kk_1} = \frac{\tilde{T}_{k_2 k_3}^{kk_1} - T_{k_2 k_3}^{kk_1}}{\omega_k + \omega_{k_1} - \omega_{k_2} - \omega_{k_3}}.$$

Гамильтониан в k пространстве:

$$\mathcal{H} = \int \omega_k b_k b_k^* dk + \frac{1}{2} \int T_{k_2 k_3}^{k k_1} b_k^* b_{k_1}^* b_{k_2} b_{k_3} \delta_{k+k_1-k_2-k_3} dk dk_1 dk_2 dk_3$$

A.I. Dyachenko, V.E. Zakharov A dynamical equation for water waves in one horizontal dimension, European Journal of Mechanics - B/Fluids, 32, (2012), p.17-21

Гамильтониан и уравнение в x -пространстве

$$\mathcal{H} = \int b^* \hat{\omega}_k b dx + \frac{1}{2} \int |b'|^2 \left[\frac{i}{2}(bb'^* - b^*b') - \hat{K}|b|^2 \right] dx.$$

Соответствующее уравнение

$$ib = \hat{\omega}_k b + \frac{i}{4} \hat{P}^+ \left[b^* \frac{\partial}{\partial x} (b'^2) - \frac{\partial}{\partial x} (b^* \frac{\partial}{\partial x} b^2) \right] - \frac{1}{2} \hat{P}^+ \left[b \cdot \hat{K}(|b|^2) - \frac{\partial}{\partial x} (b' \hat{K}(|b|^2)) \right].$$

$$kb_k^* \Leftrightarrow i \frac{\partial}{\partial x} b^*$$

$$kb_k \Leftrightarrow -i \frac{\partial}{\partial x} b$$

$$|k - k_2| b_k^* b_k \Leftrightarrow K(|b|^2)$$

$$\left[\eta(x) = \frac{1}{\sqrt{2}g^{\frac{1}{4}}} (\hat{k}^{\frac{1}{4}} b(x) + \hat{k}^{\frac{1}{4}} b^*(x)) + \frac{\hat{k}}{4\sqrt{g}} [\hat{k}^{\frac{1}{4}} b(x) - \hat{k}^{\frac{1}{4}} b^*(x)]^2 \right]$$

A.I. Dyachenko, V.E. Zakharov A dynamical equation for water waves in one horizontal dimension, European Journal of Mechanics - B/Fluids, 32, (2012), p.17-21

Монохроматическая волна

Простейшее решение уравнения:

$$b(x) = B_0 e^{i(k_0 x - \omega_0 t)}$$

$$\omega_0 = \omega_{k_0} + k_0^3 |B_0|^2.$$

$$|B_0|^2 = \frac{1}{2} \frac{\omega_{k_0}}{k_0} \eta_0^2,$$

Согласуется с известным соотношением Стокса для частоты волны конечной амплитуды.

$$\omega_0 = \omega_{k_0} \left(1 + \frac{1}{2} k_0^2 |\eta_0|^2 \right).$$

Модуляционная неустойчивость монохроматической волны

Возмущенное решение монохроматической волны:

$$b = (B_0 + \delta b(x, t))e^{i(k_0x - \omega_0t)}$$

где $B_0 = \text{const}$. Линеаризованное уравнение имеет следующее решение:

$$\delta b \Rightarrow \delta b e^{\gamma_k t + i(kx - \Omega_k t)},$$

Выражение для инкремента роста γ_k :

$$\gamma_k^2 = \frac{1}{8} \frac{\omega_{k_0}^2}{k_0^4} (1 - 6\mu^2) k^2 \left[\mu^2 \left(k_0 - \frac{|\mathbf{k}|}{2} \right)^2 - \frac{k^2}{8} \right].$$

Бризер

Бризер решение следующего вида:

$$b(x, t) = B(x - Vt)e^{i(k_0x - \omega_0t)}, \quad b_k = e^{i(\Omega + Vk)t} \phi_k$$

ϕ_k удовлетворяет уравнению:

$$(\Omega + Vk - \omega_k)\phi_k = \frac{1}{2} \int T_{kk_1}^{k_2k_3} \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \phi_{k_3} \delta_{k+k_1-k_2-k_3} dk_1 dk_2 dk_3$$

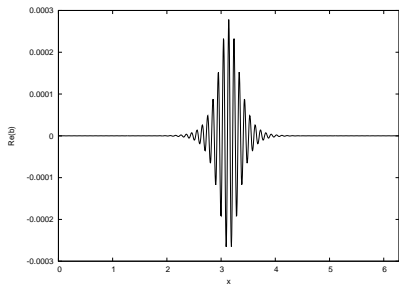
Численное решение - метод Петвиашвили

$$\phi_k^{n+1} = \frac{NL_k^n}{M_k} \left[\frac{\langle \phi^n \cdot NL(\phi^n) \rangle}{\phi^n \cdot M\phi^n} \right]^\gamma$$

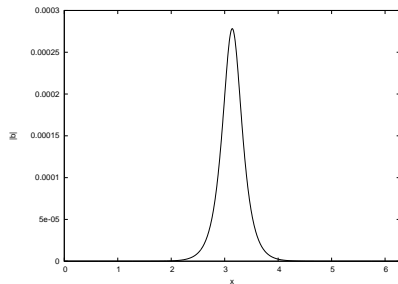
$$M_k = \Omega + Vk - \omega_k$$

$$NL(\phi^n) = \frac{i}{4} \left[\phi^* \frac{\partial}{\partial x} (\phi'^2) - \frac{\partial}{\partial x} (\phi^* \frac{\partial}{\partial x} \phi^2) \right]^n - \frac{1}{2} \left[\phi \cdot \hat{K}(|\phi'|^2) - \frac{\partial}{\partial x} (\phi' \hat{K}(|\phi|^2)) \right]^n$$

Результаты. Бризер $\Omega = 4.01$, $V = 1/16$, $k_0 \sim 64$



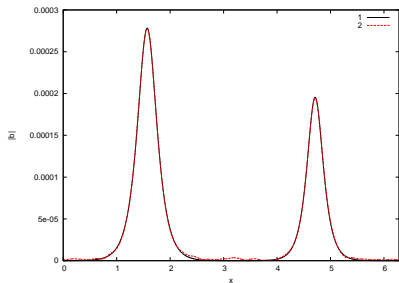
Действительная часть $b(x)$



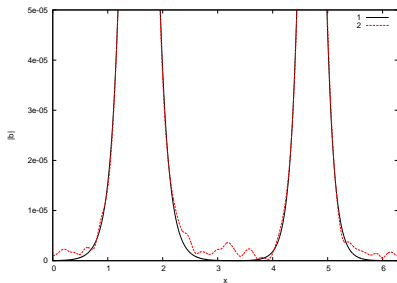
Модуль $b(x)$

Результаты. Столкновение двух бризеров

$\Omega_1 = 4.01$, $V_1 = 1/16$, $\Omega_2 = 4.51$, $V_1 = 1/18$

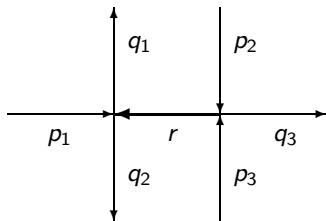


Модуль $b(x)$. Начальное состояние и после 100 столкновений



Модуль $b(x)$. Начальное состояние и после 100 столкновений

Коэффициент б-волновых взаимодействий



Коэффициент б-волновых взаимодействий

$$\begin{aligned}
 T_{q_1 q_2 q_3}^{p_1 p_2 p_3} = & \frac{T_{q_1 q_2}^{p_1 q_1 + q_2 - p_1} T_{p_2 + p_3 - q_3 q_3}^{p_2 p_3}}{\omega_{p_2 + p_3 - q_3} + \omega_{q_3} - \omega_{p_2} - \omega_{p_3}} + \frac{T_{q_3 q_2}^{p_1 q_3 + q_2 - p_1} T_{p_2 + p_3 - q_1 q_1}^{p_2 p_3}}{\omega_{p_2 + p_3 - q_1} + \omega_{q_1} - \omega_{p_2} - \omega_{p_3}} + \\
 & + \frac{T_{q_1 q_3}^{p_1 q_1 + q_3 - p_1} T_{p_2 + p_3 - q_2 q_2}^{p_2 p_3}}{\omega_{p_2 + p_3 - q_2} + \omega_{q_2} - \omega_{p_2} - \omega_{p_3}} + \frac{T_{p_1 + p_2 - q_1 q_1}^{p_1 p_2} T_{q_2 + q_3 - p_3 p_3}^{q_2 q_3}}{\omega_{q_2 + q_3 - p_3} + \omega_{p_3} - \omega_{q_2} - \omega_{q_3}} + \\
 & + \frac{T_{p_1 + p_2 - q_2 q_2}^{p_1 p_2} T_{q_1 + q_3 - p_3 p_3}^{q_1 q_3}}{\omega_{q_1 + q_3 - p_3} + \omega_{p_3} - \omega_{q_1} - \omega_{q_3}} + \frac{T_{p_1 + p_2 - q_3 q_3}^{p_1 p_2} T_{q_2 + q_1 - p_3 p_3}^{q_2 q_1}}{\omega_{q_1 + q_2 - p_3} + \omega_{p_3} - \omega_{q_1} - \omega_{q_2}} + \\
 & + \frac{T_{p_1 + p_3 - q_1 q_1}^{p_1 p_3} T_{q_2 + q_3 - p_2 p_2}^{q_2 q_3}}{\omega_{q_2 + q_3 - p_2} + \omega_{p_2} - \omega_{q_2} - \omega_{q_3}} + \frac{T_{p_1 + p_3 - q_2 q_2}^{p_1 p_3} T_{q_1 + q_3 - p_2 p_2}^{q_1 q_3}}{\omega_{q_1 + q_3 - p_2} + \omega_{p_2} - \omega_{q_1} - \omega_{q_3}} + \\
 & + \frac{T_{p_1 + p_3 - q_3 q_3}^{p_1 p_3} T_{q_2 + q_1 - p_2 p_2}^{q_2 q_1}}{\omega_{q_1 + q_2 - p_2} + \omega_{p_2} - \omega_{q_1} - \omega_{q_2}} \neq 0
 \end{aligned}$$

На резонансной поверхности

$$p_1 + p_2 + p_3 = q_1 + q_2 + q_3,$$

$$\omega_{p_1} + \omega_{p_2} + \omega_{p_3} = \omega_{q_1} + \omega_{q_2} + \omega_{q_3},$$

Квазидвумерные поверхностные волны. Уравнение в x, y пространстве

Рассматриваются поверхностные волны слабонеднородные в поперечном направлении.

$$\omega_{k_x} \implies \omega_{k_x, k_y}, \quad \frac{k_y}{k_x} \ll 1$$

$$b(x) \implies b(x, y)$$

$$\mathcal{H} = \int b^* \hat{\omega}_{k_x, k_y} b dx dy + \frac{1}{2} \int |b'_x|^2 \left[\frac{i}{2} (b b'_x{}^* - b^* b'_x) - \hat{K}_x |b|^2 \right] dx dy.$$

Соответствующее уравнение движения:

$$i \frac{\partial b}{\partial t} = \hat{\omega}_{k_x, k_y} b + \frac{i}{4} \hat{P}^+ \left[b^* \frac{\partial}{\partial x} (b'_x{}^2) - \frac{\partial}{\partial x} (b'_x{}^* \frac{\partial}{\partial x} b^2) \right] - \\ - \frac{1}{2} \hat{P}^+ \left[b \cdot \hat{k} (|b'_x|^2) - \frac{\partial}{\partial x} (b'_x \hat{k} (|b|^2)) \right].$$

Численное решение уравнения

$$i \frac{\partial b}{\partial t} = \hat{\omega}_{k_x, k_y} b + \frac{i}{4} \hat{P}^+ \left[b^* \frac{\partial}{\partial x} (b_x'^2) - \frac{\partial}{\partial x} (b_x^{*'} \frac{\partial}{\partial x} b^2) \right] - \\ - \frac{1}{2} \hat{P}^+ \left[b \cdot \hat{k} (|b_x'|^2) - \frac{\partial}{\partial x} (b_x' \hat{k} (|b|^2)) \right].$$

- ▶ Периодические граничные условия $x \in [0, 2\pi]$, $y \in [0, 2\pi]$
- ▶ Интегрирование уравнения - метод Рунге-Кутты $O(t^4)$
- ▶ 1-D быстрое преобразование Фурье при вычислении 2D нелинейной части (библиотека FFTW)

Монохроматическая волна

Простейшее решение уравнения:

$$b(x, y, t) = B_0 e^{i(k_{x_0}x + k_{y_0}y - \omega_0 t)}$$

Нелинейный сдвиг частоты:

$$\omega_0 = \omega_{k_{x_0}, k_{y_0}} + k_{x_0}^3 |B_0|^2.$$

Модуляционная неустойчивость монохроматической волны

Рассматриваем возмущение решения:

$$b(x, y, t) = B_0 e^{i(k_{x0}x + k_{y0}y - \omega_0 t)},$$

или в Фурье пространстве:

$$b(k_x, k_y, t) = 2\pi B_0 \delta_{k_x - k_{x0}} \delta_{k_y - k_{y0}} e^{-i\omega_0 t},$$

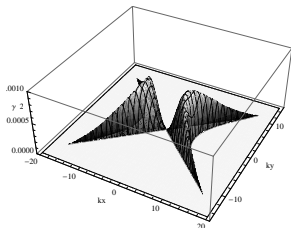
Возмущенное решение имеет вид:

$$b \Rightarrow (b_{k_{x0}, k_{y0}} + \delta b_{k_{x0} + k_x, k_{y0} + k_y} e^{\gamma_{k_x, k_y} t - i\Omega_+ t} + \delta b_{k_{x0} - k_x, k_{y0} - k_y} e^{\gamma_{k_x, k_y} t - i\Omega_- t}) e^{-i\omega_0 t}.$$

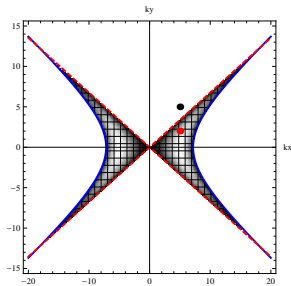
Инкремент роста возмущений ($k_{y0} = 0$)

$$\mu^2 = 2|B_0|^2 \frac{k_{x0}^3}{\omega_{k_0}} - \text{крутизна несущей волны.}$$

$$\gamma_{k_x, k_y}^2 = \frac{1}{8} \frac{\omega_{k_0}^2}{k_0^4} k_x^2 \left[\left(1 - 2 \left(\frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right) - 6\mu^2 \right] \left[\mu^2 \left(k_0 - \frac{|k_x|}{2} \right)^2 - \frac{k_x^2}{8} \left(1 - 2 \left(\frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right) \right]$$



Инкремент γ_{k_x, k_y}^2 ,
 $k_{x0} = 25, k_{y0} = 0, |B_0| = 0.0015 (\mu \sim 0.12)$



Инкремент (γ_{k_x, k_y}^2). Черная точка
 $(k_x = 5, k_y = 5)$ в "устойчивой" области,
 красная $(k_x = 5, k_y = 2)$ - в неустойчивой

2D НУШ

Ищем решения вида:

$$b(x, y, t) = f(x, y, t)e^{i(k_{x_0}x - \omega_0 t)}$$

где $\omega_0 = \omega_{k_{x_0}, 0}$. Разложение ω_{k_x, k_y} около $\omega_{k_{x_0}, 0}$:

$$\omega_{k_{x_0}, k_y} = \omega_0 \left(1 + \frac{k_x}{2k_{x_0}} - \frac{k_x^2}{8k_{x_0}^2} + \frac{k_y^2}{4k_{x_0}^2} \right) + O(k_x^3, k_y^3)$$

2D НУШ:

$$i \frac{\partial f(x, y, t)}{\partial t} = -\frac{\omega_0}{2k_{x_0}} \frac{\partial f(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\omega_0}{8k_{x_0}^2} \frac{\partial^2 f(x, y, t)}{\partial x^2} - \frac{\omega_0}{4k_{x_0}^2} \frac{\partial^2 f(x, y, t)}{\partial y^2} + k_{x_0}^3 |f(x, y, t)|^2 f(x, y, t)$$

Defocusing NLSE

Рассматриваем только поперечные возмущения:

$$f(x, y, t) \rightarrow f(y, t)$$

Нелинейное Уравнение Шредингера с дефокусировкой:

$$i \frac{\partial f(y, t)}{\partial t} = -\frac{\omega_0}{4k_{x_0}^2} \frac{\partial^2 f(y, t)}{\partial y^2} + k_{x_0}^3 |f(y, t)|^2 f(y, t)$$

Решения для defocusing NLSE известны: (кинк, серый солитон, темный солитон)

$$f(y, t) = R(y - Vt) e^{i\Theta(y - Vt)} e^{-i\Omega t}$$

$R(y - Vt)$ и фаза $\Theta(y - Vt)$ - действительные функции

Серый солитон

$$f(y, t) = R(y - Vt)e^{i\Theta(y-Vt)}e^{-i\Omega t}$$

Фаза $\Theta(\xi)$:

$$\Theta(\xi) = c \int_0^\xi \frac{dy}{R^2(y)} + \frac{2k_{x_0}^2 V}{\omega_0} \xi$$

Решение для $R(\xi)$:

$$R^2(\xi) = A^2 (k^2 \operatorname{sn}^2(\alpha\xi, k^2) + b)$$

здесь $\alpha = \frac{Tm}{4\pi}$, $m \in Z$, для $k \neq 1$, T - период эллиптического синуса.

$$A = \alpha \sqrt{\frac{\omega_0}{2k_{x_0}^5}}$$

$$c = \pm \frac{\alpha^3 \omega_0}{2k_{x_0}^5} \sqrt{b(b+1)(b+k^2)}$$

$$\Omega = \frac{-4k_{x_0}^4 V^2 + \alpha^2 \omega_0^2 + 3b\alpha^2 \omega_0^2 + k^2 \alpha^2 \omega_0^2}{4k_{x_0}^2 \omega_0}$$

Серый солитон. Примеры

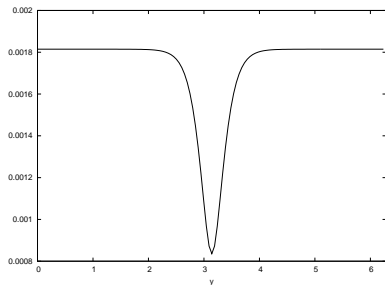
$$k_{x_0} = 25, k = 1, c_+, \alpha = \frac{10}{\pi}, b = 0.269, \mu \sim 0.143,$$

$$V = -2 \left(\frac{2k_{x_0}^2}{\omega_0} \right) = -0.008 (Ny = 128)$$

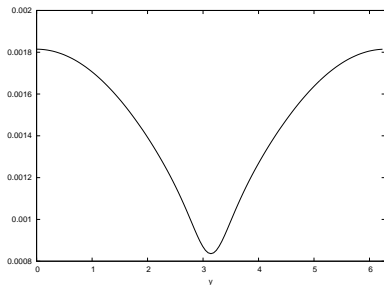
$$\Theta(\xi) = c \int_0^\xi \frac{dy}{R^2(y)} + \frac{2k_{x_0}^2 V}{\omega_0} \xi$$

$$R(\xi) = A \sqrt{th^2(\alpha(\xi - \pi)) + b}$$

$$f(y, t) = R(y - Vt) e^{i\Theta(y - Vt)} e^{-i\Omega t}$$



$|f(y, t = 0)|$



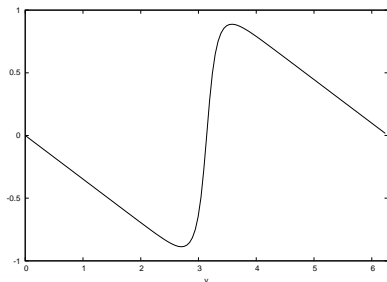
$Re(f(y, t = 0))$

Серый солитон. Примеры

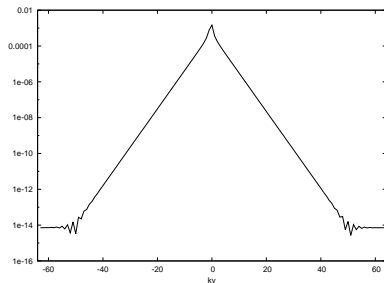
$$\Theta(\xi) = c \int_0^\xi \frac{dy}{R^2(y)} + \frac{2k_{x_0}^2 V}{\omega_0} \xi$$

$$R(\xi) = A \sqrt{th^2(\alpha(\xi - \pi)) + b}$$

$$f(y, t) = R(y - Vt) e^{i\Theta(y - Vt)} e^{-i\Omega t}$$



$\Theta(y, t = 0)$



$|f(ky, t = 0)|$ в логарифмическом масштабе

Серый солитон. Примеры

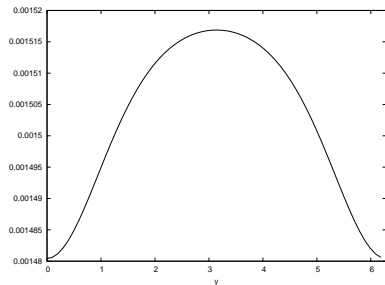
$$k_{x_0} = 25, k = 0.9, m = 1, c_+, \alpha = \frac{Tm}{4\pi} = 0.725921, b = 16.246, \mu \sim 0.12,$$

$$V = -3 \left(\frac{2k_{x_0}^2}{\omega_0} \right) = -0.012 (Ny = 64)$$

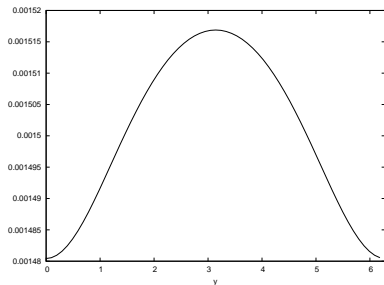
$$\Theta(\xi) = c \int_0^\xi \frac{dy}{R^2(y)} + \frac{2k_{x_0}^2 V}{\omega_0} \xi$$

$$R(\xi) = A \sqrt{(k^2 \operatorname{sn}^2(\alpha \xi, k^2) + b)}$$

$$f(y, t) = R(y - Vt) e^{i\Theta(y - Vt)} e^{-i\Omega t}$$



$|f(y, t = 0)|$



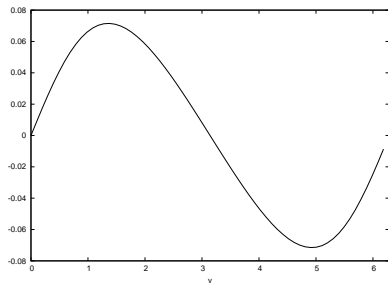
$\operatorname{Re}(f(y, t = 0))$

Серый солитон. Примеры

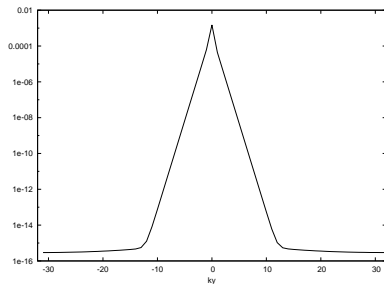
$$\Theta(\xi) = c \int_0^\xi \frac{dy}{R^2(y)} + \frac{2k_{x_0}^2 V}{\omega_0} \xi$$

$$R(\xi) = A \sqrt{(k^2 \operatorname{sn}^2(\alpha \xi, k^2) + b)}$$

$$f(y, t) = R(y - Vt) e^{i\Theta(y - Vt)} e^{-i\Omega t}$$



$\Theta(y, t = 0)$



$|f(ky, t = 0)|$ в логарифмическом масштабе

Серый солитон. Примеры

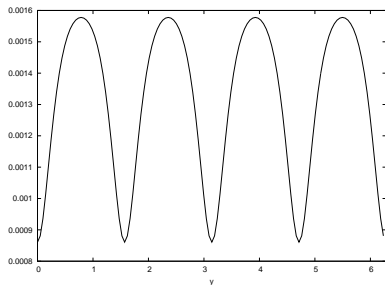
$$k_{x_0} = 25, k = 0.9, m = 4, c_-, \alpha = \frac{Tm}{4\pi} = 2.90369, b = 0.343, \mu \sim 0.135,$$

$$V = 2 \left(\frac{2k_{x_0}^2}{\omega_0} \right) = 0.008 (Ny = 128)$$

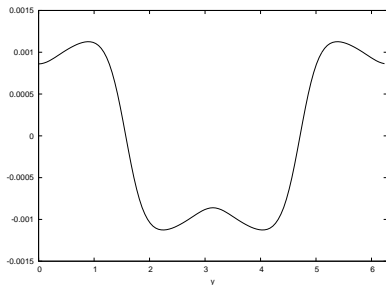
$$\Theta(\xi) = c \int_0^\xi \frac{dy}{R^2(y)} + \frac{2k_{x_0}^2 V}{\omega_0} \xi$$

$$R(\xi) = A \sqrt{(k^2 \operatorname{sn}^2(\alpha \xi, k^2) + b)}$$

$$f(y, t) = R(y - Vt) e^{i\Theta(y - Vt)} e^{-i\Omega t}$$



$|f(y, t = 0)|$



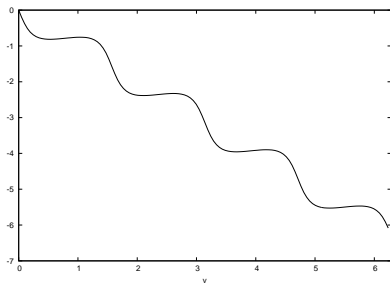
$\operatorname{Re}(f(y, t = 0))$

Серый солитон. Примеры

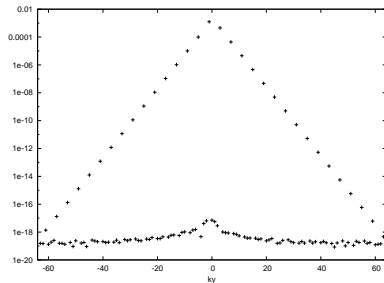
$$\Theta(\xi) = c \int_0^\xi \frac{dy}{R^2(y)} + \frac{2k_{x_0}^2 V}{\omega_0} \xi$$

$$R(\xi) = A \sqrt{(k^2 \operatorname{sn}^2(\alpha \xi, k^2) + b)}$$

$$f(y, t) = R(y - Vt) e^{i\Theta(y - Vt)} e^{-i\Omega t}$$



$\Theta(y, t = 0)$



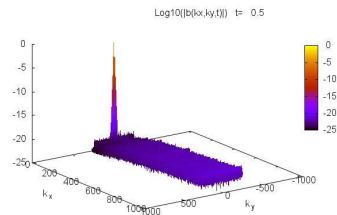
$|f(ky, t = 0)|$ в логарифмическом масштабе

Формирование волны-убийцы. Начальный и конечный спектры.

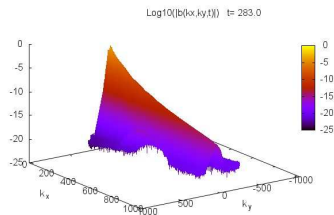
Основная гармоника $k_{x0} = 25, k_{y0} = 0, |B_0| = 0.0015 (\mu \sim 0.12)$

Возмущение - "облако шума" $dk_x = 5, dk_y = 2$

Сетка: $N_x = 2048, N_y = 512$, шаг интегрирования $\tau = 0.005$

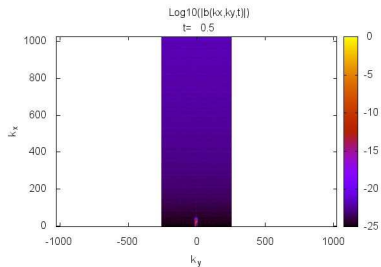


$|b(kx, ky, t = 0)|$ в логарифмическом масштабе по z

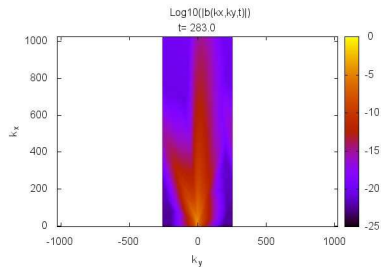


$|b(kx, ky, t = 283)|$ в логарифмическом масштабе по z

Формирование волны-убийцы. Начальный и конечный спектры.

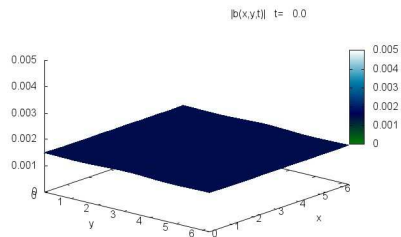


$|b(k_x, k_y, t = 0)|$ в логарифмическом масштабе по z

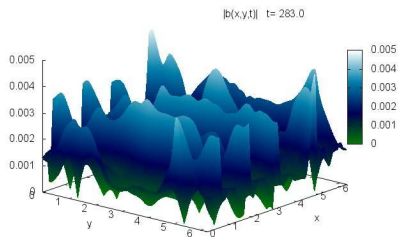


$|b(k_x, k_y, t = 283)|$ в логарифмическом масштабе по z

Формирование волны-убийцы. $|b(x, y)|$ Начальное, конечное.

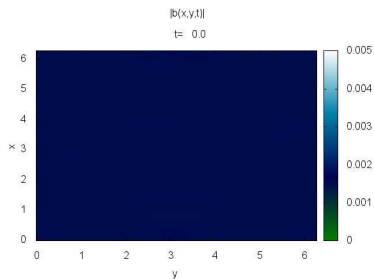


$|b(x, y, t = 0)|$

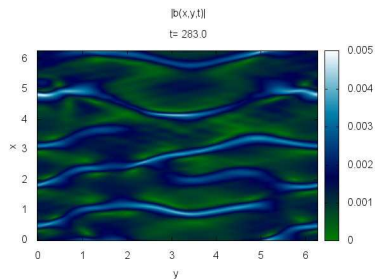


$|b(x, y, t = 283)|$

Формирование волны-убийцы. $|b(x, y)|$ Начальное, конечное.

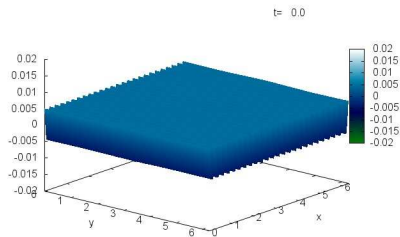


$|b(x, y, t = 0)|$

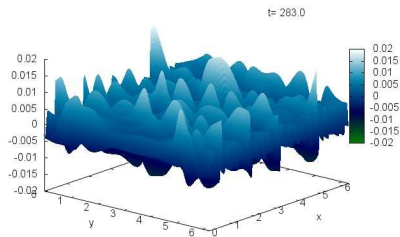


$|b(x, y, t = 283)|$

Формирование волны-убийцы. Свободная поверхность $\eta(x, y)$ Начальное, конечное.

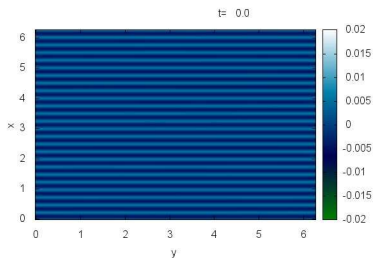


$\eta(x, y, t = 0)$

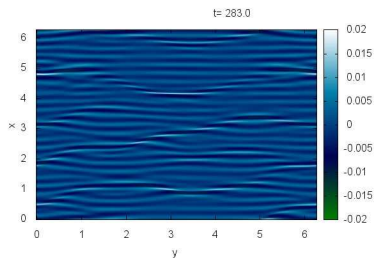


$\eta(x, y, t = 283)$

Формирование волны-убийцы. Свободная поверхность $\eta(x, y)$ Начальное, конечное.



$$\eta(x, y, t = 0)$$



$$\eta(x, y, t = 283)$$

